

課題 1

拡張ユークリッドアルゴリズム

次の定理が成り立つ。

定理 1. a と b を整数とし、 $a \neq 0$ または $b \neq 0$ とする。このとき、ある整数 x と y が存在し、次式を満たす：

$$\gcd(a, b) = ax + by. \quad (1)$$

□

拡張ユークリッドアルゴリズムは、2つの正の整数 a, b を入力とし、 $\gcd(a, b)$ の値と、式 (1) を満たす整数 x, y の値を出力する。拡張ユークリッドアルゴリズムの動作を例を使って説明する。

例 2. $a = 765, b = 579$ の場合、拡張ユークリッドアルゴリズムは次のように動作する：

$$\begin{aligned} 765 &= 765 \times 1 && + 579 \times 0 \\ 579 &= 765 \times 0 && + 579 \times 1 \\ 186 &= 765 \times 1 && + 579 \times (-1) \\ 21 &= 765 \times (-3) && + 579 \times 4 \\ 18 &= 765 \times 25 && + 579 \times (-33) \\ 3 &= 765 \times (-28) && + 579 \times 37 \end{aligned}$$

ここで、 $\gcd(765, 579) = 3$ が成り立っている。このとき、アルゴリズムの出力は一番最後の式

$$3 = 765 \times (-28) + 579 \times 37$$

である。¹

□

課題. 拡張ユークリッドアルゴリズムを実装する C 言語プログラム `eea.c` を作成せよ。`eea.c` は2つの正の整数 a, b を入力とし、式 (1) を出力するものとする。入力および出力の書式は以下の通りとする。

【データ入力に関する部分の書式】

```
scanf("%d %d", &a, &b);
```

【データ出力に関する部分の書式】

```
printf("%d=(%d)*(%d)+(%d)*(%d)\n", g, a, x, b, y);
```

実行例として、4通りの入力をランダムに選び実行せよ。但し、これら実行例においては、入力 a, b のそれぞれは3桁の整数とする。

¹正確に言うと、アルゴリズムの出力は $3, -28, 37$ であり、それぞれ、 $\gcd(765, 579), x, y$ のことである。